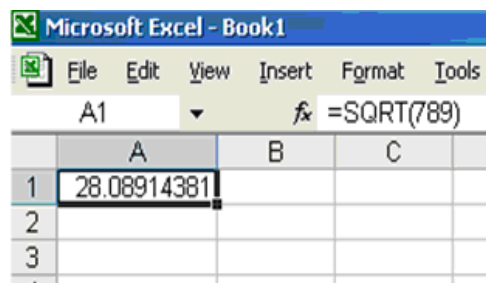
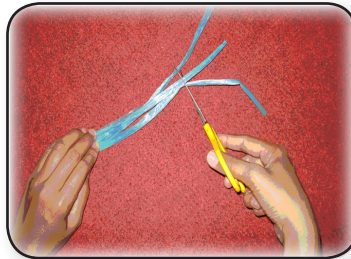


## Bab 5

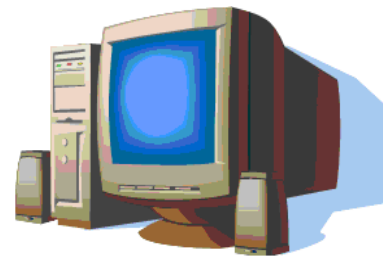
# Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar

### Standar Kompetensi

Memahami sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar serta penggunaannya dalam memecahkan masalah sederhana



	A	B	C
1	28.08914381		
2			
3			



### Kompetensi Dasar

- 5.1 Mengidentifikasi sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar
- 5.2 Melakukan operasi aljabar yang melibatkan bilangan berpangkat dan bentuk akar
- 5.3 Memecahkan masalah sederhana yang berkaitan dengan bilangan berpangkat dan bentuk akar

# 5.1

## Pangkat dan Akar

*Apa yang akan kamu pelajari?*

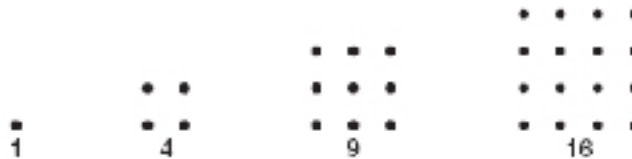
- Menjelaskan pengertian bilangan berpangkat dengan pangkat positif, negatif dan nol
- Mengubah pangkat positif menjadi negatif dan sebaliknya.
- Mengenal arti pangkat positif dan negatif
- Mengenal bentuk akar

*Kata Kunci*

- Pangkat Positif
- Pangkat Negatif
- Pangkat Nol
- Bentuk akar

### A Pangkat Positif

**Bilangan kuadrat sempurna** seperti 1, 4, 9, dan 16 dapat dinyatakan dalam bentuk geometri seperti



Bilangan kuadrat sempurna adalah bilangan yang merupakan hasil kali dari suatu bilangan dengan dirinya sendiri. Sebagai contoh di atas 16 adalah bilangan kuadrat sempurna karena  $16 = 4 \times 4$ . Notasi  $4 \times 4$  dapat dituliskan dalam bentuk pangkat. Bentuk pangkat ini menjelaskan pada kita berapa suatu bilangan yang kita sebut sebagai basis atau bilangan pokok digunakan sebagai faktor. Bilangan yang digunakan sebagai pangkat disebut eksponen atau pangkat.

Pernyataan  $4 \times 4$  dituliskan sebagai  $4^2$ . Pada notasi, 4 menyatakan bilangan pokok atau basis, dan 2 menyatakan pangkat atau eksponen.

	Cara Membaca	Arti
$4^1$	4 pangkat satu	4
$4^2$	4 pangkat dua atau 4 kuadrat	$4 \times 4$
$4^3$	4 pangkat tiga atau 4 kubik	$4 \times 4 \times 4$
$4^4$	4 pangkat empat	$4 \times 4 \times 4 \times 4$
$4^n$	4 pangkat n	$\underbrace{4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4}_{n \text{ faktor}}$

## Contoh 1

Tuliskan pernyataan berikut dalam bentuk eksponen

a.  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Bilangan pokoknya adalah 2 dan faktornya adalah 5.

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5.$$

b.  $m \times m \times m \times m$

Bilangan pokoknya adalah  $m$  dan faktornya adalah 4.

$$m \times m \times m \times m = m^4.$$

c. 7

Bilangan pokoknya adalah 7 dan faktornya adalah 1

$$7 = 7^1.$$

### Informasi Aljabar

Apabila tidak ada eksponen yang dimunculkan, maka dapat disepakati sebagai pangkat 1. Sebagai contoh  $10 = 10^1$ .

## Cek Pemahaman

a.  $4 \times 4 \times 4 \times 4$

b.  $b \times b \times b$

c. 10

## Contoh 2

Tuliskan  $(2)(2)(2)(-5)(-5)$  dalam bentuk eksponen.

Dengan menggunakan sifat asosiatif kita kelompokkan faktor dengan bilangan pokok yang sama sebagai berikut

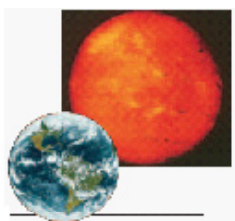
$$(2)(2)(2)(-5)(-5) = [(2)(2)(2)][(-5)(-5)] = 2^3(-5)^2.$$

## Cek Pemahaman

Tuliskan  $(-1)(-1)(-1)(-1)(3)(3)$  dalam bentuk eksponen.

## Contoh 3

Sains



Sumber: [www.algconcept.com](http://www.algconcept.com)

Jarak antara bumi dan matahari adalah sekitar  $10^8$  kilometer. Tuliskan bilangan ini sebagai pernyataan perkalian dan hitunglah hasilnya.

$$\begin{aligned} 10^8 &= 10.10.10.10.10.10.10.10 \\ &= 100.000.000 \end{aligned}$$

Jarak antara bumi dan matahari adalah sekitar 100 juta kilometer

Budi berpendapat bahwa  $(6n)^3$  adalah sama dengan  $6n^3$ . Dini berpendapat bahwa itu tidak sama? Jelaskan alasan kamu tentang pendapat dua orang ini!

## Latihan 5.1.A

- Nyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat
  - $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
  - $8 \times 32$
  - $3,4 \times 3,4 \times 3,4 \times 3,4$
  - $n \times n \times n \times n \times n \times n$
- Berpikir kritis.** Misalkan kamu melakukan perpangkatan suatu bilangan dari pangkat negatif ke pangkat positif. Bilakah diperoleh hasil yang negatif? Bilakah hasilnya positif?
- Teori Bilangan.** Faktorisasi prima dari 360 bilangan adalah 2, 2, 2, 3, 3, dan 5. Tuliskan faktorisasi prima 360 dalam bentuk eksponen.
- Lengkapilah
 
$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times \dots \times \dots}{3 \times 3 \times \dots \times \dots}$$

$$= \frac{2^{\dots}}{3^{\dots}}$$
- Tentukan nilai bentuk eksponen, bila  $x = -2$ ,  $y = 3$ ,  $z = -1$ , dan  $w = 0,5$ 
  - $x^5$
  - $4y^4$
  - $3(y^3 + z)$
  - $wx^3y$
- Jika  $a$  dan  $b$  sebarang bilangan,  $b \neq 0$ , dan  $m$  bilangan bulat positif apakah bentuk sederhana  $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ ?
- Lengkapilah
 
$$(a \times b)^3 = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$$

$$= (a \times a \times a) \times (\dots \times \dots \times \dots)$$

$$= a^{\dots} \times b^{\dots}$$

## B

**Pangkat Negatif**

Tidak semua pangkat bernilai positif. Beberapa pangkat adalah bulat negatif. Perhatikan pola bilangan berikut untuk menemukan nilai  $10^{-1}$  dan  $10^{-2}$ . Dengan memperluas pola yang ada, maka hasil yang dapat diperoleh adalah  $10^{-1} = \frac{1}{10}$  dan  $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$  atau  $\frac{1}{100}$ .

$$10^3 = 1000$$

$$10^2 = 100$$

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = ?$$

$$10^{-2} = ?$$

Pada pola tersebut, apabila kamu kalikan bilangan pokok, pangkatnya naik satu. Sebagai contoh,  $10^3 \times 10 = 10^4$ . Sedangkan apabila kamu bagi dengan bilangan pokok, pangkatnya turun satu. Sebagai contoh,  $10^{-2} \div 10 = 10^{-3}$ .

**Pangkat  
negatif**

Bilangan :  $5^{-2} = \frac{1}{5^2}; \frac{1}{4^{-3}} = 4^3$

Simbol :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \frac{1}{a^{-n}} = a^n$

**Contoh 4**

Tuliskan  $10^{-3}$  menggunakan pangkat positif. Kemudian tentukan nilainya.

$$\begin{aligned} 10^{-3} &= \frac{1}{10^3} \\ &= \frac{1}{1000} \text{ atau } 0,001 \end{aligned}$$

**Cek Pemahaman**

Tuliskan menggunakan pangkat positif. Kemudian tentukan nilainya.

a.  $2^{-4}$

b.  $10^{-2}$

c.  $5^{-1}$

## Contoh 5

Sederhanakan pernyataan  $xy^{-2}$ .

$$xy^{-2} = x \cdot y^{-2}$$

$$= x \frac{1}{y^2}$$

$$= \frac{x}{y^2}$$

Pengelompokan bilangan berdasarkan pokok

Definisi pangkat negatif

Penyederhanaan

## Cek Pemahaman

Sederhanakan pernyataan

a.  $x^{-2}y^2$

b.  $(-m)^{-2}n^2$

## Contoh 6

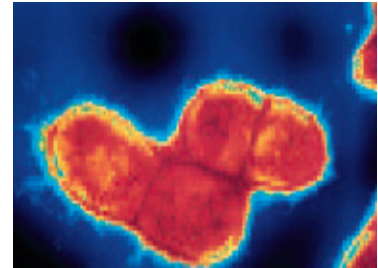
Bakteri *E.coli* memiliki lebar  $10^{-3}$  milimeter. Jarum pentul memiliki diameter 1 milimeter. Berapa banyak bakteri *E.coli* yang dapat mengisi diameter jarum tersebut.

Untuk menentukan banyak bakteri, bagilah 1 dengan  $10^{-3}$

$$\frac{1}{10^{-3}} = 10^3$$

$$= 1000$$

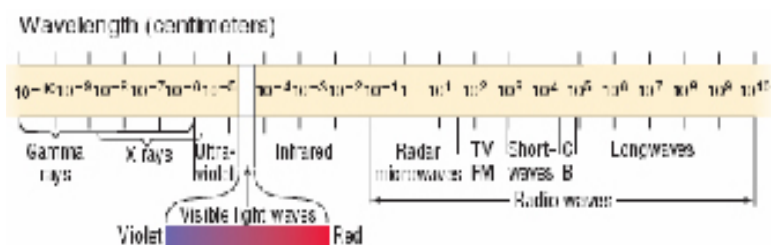
Jadi banyak bakteri yang dapat mengisi diameter jarum pentul adalah 1000 bakteri.



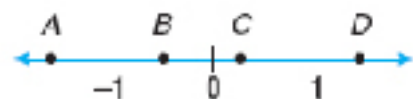
Sumber: Dit. PSMP;2006

## Cek Pemahaman

Gambar di bawah ini menunjukkan spektrum gelombang elektromagnetik. Gelombang ultraviolet memiliki panjang  $10^{-5}$  centimeter. Gelombang radio FM memiliki panjang  $10^2$  centimeter. Berapa kali panjang gelombang radio FM bila dituliskan dalam panjang gelombang ultraviolet?



- Ubahlah dalam pangkat negatif
  - $\frac{1}{3^2}$
  - $\frac{1}{a^5}$
  - $\frac{2}{p^3}$
  - $\frac{5}{x^4}$
- Ubahlah dalam pangkat positif
  - $2^{-4}$
  - $a^{-3}$
  - $2p^{-5}$
  - $(3x)^{-6}$
- Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan pernyataan berikut
  - $(-2 \times 3)^{-5}$
  - $(3 \times 5)^{-2}$
  - $(p \times q)^{-4}$
  - $(x \times y)^5(3 \times 2)^{-3}$
  - $(a \times b)^{-2}$
  - $(x \times y)^{-5}$
- Elektronik.** Arus listrik yang mengalir dalam peralatan elektronik apabila diukur dapat berupa ampere, miliampere, atau mikroampere. Kata *mili* dan *mikro* berarti  $10^{-3}$  dan  $10^{-6}$ . Nyatakan dan dalam bentuk eksponen positif.
- Ubah bentuk-bentuk di bawah ini dalam pangkat negatif
  - $\frac{2}{3^4}$
  - $\frac{5}{a^4}$
  - $\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^5}$
  - $\frac{1}{a^7} \times \frac{1}{a^4}$
  - $\left(\frac{2a}{b}\right)^2$
  - $\frac{1}{3a^5}$
- Fisika.** Cahaya tampak memiliki panjang gelombang antara  $10^{-5}$  cm dan  $10^{-4}$  cm. Nyatakan  $10^{-5}$  dan  $10^{-4}$  cm dalam eksponen positif, kemudian tentukan nilainya.
- Berpikir kritis.** Titik mana pada garis bilangan yang menunjukkan  $n^{-2}$  bila  $n$  adalah bilangan bulat positif.



## C Pangkat Nol

Perhatikan pola bentuk pangkat berikut

$$2^3 = 8$$

$$2^2 = 4$$

$$2^1 = 2$$

Berapakah  $2^0$  ?

Pada ruas kiri dari atas ke bawah, pangkatnya berkurang satu. Pada ruas kanan dari atas ke bawah selalu dibagi 2. Hal yang sama untuk pola bilangan berikut

$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

Berapakah  $2^0$  ?

Pada ruas kiri dari atas ke bawah, pangkatnya bertambah satu dan ruas kanan dari atas ke bawah selalu dikali 2. Dengan demikian  $2^0 = 1$ .

### Komunikasi

Berapakah  $3^0$ ?  $5^0$ ?  $a^0$ ?

Secara umum dapat dinyatakan bahwa

**Pangkat Nol**

**Bilangan** :  $5^0 = 1; 4^0 = 1$

**Simbol** :  $a^0 = 1$ , jika  $a$  tidak 0

### Informasi

Istilah Pangkat 10					
Istilah	Pangkat 10	Arti	Istilah	Pangkat 10	Arti
tera	$10^{12}$	1.000.000.000.000	pico	$10^{-12}$	0,000000000001
giga	$10^9$	1.000.000.000	nano	$10^{-9}$	0,000000001
mega	$10^6$	1.000.000	micro	$10^{-6}$	0,000001
kilo	$10^3$	1.000	mili	$10^{-3}$	0,001



## **D** *Bentuk Akar*

Aulia mempunyai sehelai saputangan yang berbentuk persegi dengan luas 900 cm persegi. Supaya indah, Aulia akan menambahkan renda di tepi saputangan. Berapa panjang renda yang diperlukan Aulia?

Untuk membantu Aulia, kita harus tahu panjang sisi persegi agar kita dapat menghitung keliling saputangan tersebut.

Misal panjang sisi saputangan adalah  $n$  cm maka Aulia harus menentukan  $n \times n = 900$ . Dalam hal ini  $n = 30$  karena  $30 \times 30 = 900$  atau  $30^2 = 900$ .

Menentukan  $n = 30$  berarti melakukan penarikan akar dari 900 dan ditulis sebagai  $\sqrt{900} = 30$ .

Dengan demikian Aulia harus menyediakan renda dengan panjang  $4 \times 30$  cm = 120 cm.

Bentuk  $\sqrt{900}$  dibaca “akar kuadrat dari 900”.

### **Akar Kuadrat**

Jika  $a$  tidak negatif,  $\sqrt{a}$  adalah bilangan tidak negatif yang kuadratnya sama dengan  $a$ .

Simbol  $\sqrt{\quad}$ , disebut tanda akar, digunakan untuk menyimbolkan akar pangkat dua.

$$\sqrt{36} = 6$$

$$-\sqrt{36} = -6$$

Pada persoalan mencari rusuk suatu kubus bila volume diketahui, maka kita akan berhadapan dengan bentuk akar yang lain, yaitu akar pangkat tiga. Misalkan diketahui volume suatu kubus adalah  $64 \text{ cm}^3$ , berapakah panjang rusuk kubus tersebut?

Misal panjang rusuk tersebut adalah  $p$ , maka volume kubus adalah

$$\begin{aligned} V &= p \times p \times p \\ &= p^3. \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh  $p^3 = 64$ . Bagaimanakah kita memperoleh  $p$ ? Ingat bahwa  $64 = 4^3$ , dengan demikian  $p = 4$ .

Selanjutnya, bagaimana halnya apabila volume kubus tersebut adalah  $45 \text{ cm}^3$ . Dapatkah kamu mencari panjang rusuknya? Pada persoalan terakhir kita dapatkan  $p^3 = 45$ , mengambil analogi dari akar kuadrat di atas, dapat kita tuliskan bahwa  $p = \sqrt[3]{45}$  ( $\sqrt[3]{}$  dibaca akar pangkat tiga).

Secara umum dapat kita tuliskan

### Akar Pangkat $n$

1. Jika  $a \geq 0$ , maka  $\sqrt[n]{a} = b$  jika dan hanya jika  $b^n = a$  dan  $b \geq 0$ .
2. Jika  $a < 0$ , dan  $n$  ganjil, maka  $\sqrt[n]{a} = b$  jika dan hanya jika  $b^n = a$ .

## Contoh 5

Sederhanakan bentuk berikut

- $\sqrt{49}$

Karena  $7^2 = 49$ , maka  $\sqrt{49} = 7$ .

- $-\sqrt{64}$

Karena  $8^2 = 64$ , maka  $-\sqrt{64} = -8$ .

## Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk berikut

a.  $\sqrt{25}$

b.  $\sqrt{121}$

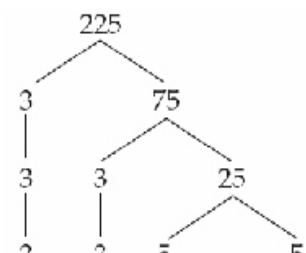
c.  $-\sqrt{25}$

d.  $-\sqrt{9}$

Bentuk akar adalah ekspresi yang memuat akar pangkat dua. Kamu dapat menyerhanakan bentuk akar seperti  $\sqrt{225}$  dengan menggunakan bilangan prima.

**Bilangan prima** adalah bilangan cacah yang hanya memiliki dua faktor, bilangan 1 dan bilangan itu sendiri. **Bilangan komposit** adalah bilangan cacah yang memiliki lebih dari dua faktor. Setiap bilangan komposit dapat dituliskan sebagai hasil kali bilangan prima. Diagram pohon di samping menunjukkan cara untuk mencari faktor prima dari 225.

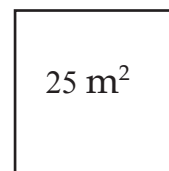
Apabila suatu bilangan dinyatakan sebagai hasil kali faktor prima, ekspresi tersebut disebut dengan **faktorisasi prima** dari bilangan tersebut.





1. Sederhanakan
  - a.  $5\sqrt{3} + 43 + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$
  - b.  $\sqrt{6} + \sqrt{54} - \sqrt{200}$
  - c.  $2\sqrt{2a^3} + \sqrt{32a^3} - a\sqrt{18a}$
  - d.  $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$
  - e.  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$
  - f.  $\sqrt{a^3b^2} \sqrt{a^4b^5}$
  
2. Sederhanakan
  - a.  $-\sqrt{81}$       b.  $\sqrt{100}$       c.  $\sqrt{169}$       d.  $\sqrt{\frac{81}{64}}$
  - e.  $-\sqrt{\frac{9}{100}}$       f.  $\sqrt{0,16}$       g.  $-\sqrt{0,0025}$       h.  $\sqrt{0,0009}$
  
3. **Berpikir kritis.** Benar atau salah  $\sqrt{-36} = -6$ .  
Jelaskan pendapatmu.

4. Luas persegi adalah 25 meter persegi. Tentukan panjang sisi persegi tersebut.



5. Kecepatan air yang disemprotkan dari penyemprot pemadam kebakaran dinyatakan oleh  $V = 12,14\sqrt{P}$ , dengan  $V$  menyatakan kecepatan air dalam meter per detik dan  $P$  menyatakan tekanan pada ujung selang dalam kilogram per  $\text{cm}^2$ . Tentukan kecepatan air pada ujung selang bila tekanan pada ujung selang  $64 \text{ kg/cm}^2$ .



# 5.2

## Operasi Bilangan Berpangkat

*Apa yang akan kamu pelajari?*

- Menyelesaikan operasi kali, bagi, tambah, kurang, dan pangkat pada bilangan berpangkat
- Menyelesaikan operasi yang melibatkan bentuk akar
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bilangan berpangkat dan bentuk akar

*Kata Kunci*

- Merasionalkan penyebut

### A Operasi pada Bilangan Berpangkat

Perpangkatan dapat dikalikan dan dibagi. Pada contoh di bawah, kita akan menggunakan perpangkatan 2 untuk menetapkan aturan perkalian perpangkatan. Tabel di bawah ini menyatakan perpangkatan dari 2 dan nilainya.

Pangkat dari 2	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$
Nilai	2	4	8	16	32	64

Selanjutnya perhatikan bahwa kita juga dapat memperoleh hasil perhitungan seperti yang diungkapkan pada tabel berikut

Hasil kali bilangan	$4 \times 2 = 8$	$4 \times 8 = 32$	$8 \times 8 = 64$
Hasil kali eksponen	$2^2 \times 2^1 = 2^3$	$2^2 \times 2^3 = 2^5$	$2^3 \times 2^3 = 2^6$

Contoh tersebut menyarankan bahwa kita dapat mengalikan perpangkatan dengan bilangan pokok sama yaitu dengan menjumlahkan eksponennya. Pikirkan tentang  $a^2 \times a^3$ .

$$\begin{aligned}
 a^2 \times a^3 &= (a \times a) \times (a \times a \times a) \\
 &= a \times a \times a \times a \times a \\
 &= a^5
 \end{aligned}$$

### Cek Pemahaman

Lengkapilah

$$\begin{aligned}
 5^2 \times 5^3 &= (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) \\
 &= 5 \times 5 \times \dots \times \dots \times \dots \\
 &= 5^{\dots}
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat sederhanakan

- a.  $3^4 \times 3^3$
- b.  $(-2)^3 \times (-2)^4$
- c.  $b^2 \times b^5$
- d.  $3^{-2} \times 3^{-3}$
- e.  $(-5)^{-4} \times (-5)^{-2}$
- f.  $a^{-3} \times a^{-6}$

Hasil diskusi di atas dapat kita rangkum sebagai berikut.

### Hasil kali Perpangkatan

**Kalimat:** Hasil kali dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama adalah bilangan dengan menambahkan eksponennya.

Bilangan :  $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$

Simbol :  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  dengan  $a \geq 0$ .

## Contoh 1

Sederhanakan bilangan berpangkat berikut

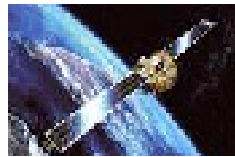
- $4^3 \times 4^5$   
 $4^3 \times 4^5 = 4^{3+5}$   
 $= 4^8$   
Untuk mengalikan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, tuliskan bilangan pokoknya dan tambahkan eksponennya.
- $x^3 \times x^4$   
 $x^3 \times x^4 = x^{3+4}$   
 $= x^7$   
Untuk mengalikan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, tuliskan bilangan pokoknya dan tambahkan eksponennya.

## Cek Pemahaman

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat sederhanakan

- a.  $3^4 \times 3^3$
- b.  $(-2)^3 \times (-2)^4$
- c.  $b^2 \times b^5$
- d.  $3^{-2} \times 3^{-3}$
- e.  $(-5)^{-4} \times (-5)^{-2}$
- f.  $a^{-3} \times a^{-6}$

Ilmu Bumi



Pada jarak  $10^7$  meter dari permukaan bumi, suatu satelit buatan dapat melihat hampir semua bagian dari planet. Pada jarak  $10^{13}$  meter, satelit tersebut dapat melihat semua sistem tata surya kita. Berapa kali jarak meter apabila dinyatakan dalam meter?

Selanjutnya kita akan menggunakan perpangkatan 2 di atas untuk mendiskusikan hasil bagi dari dua bilangan berpangkat. Perhatikan tabel berikut, apa yang dapat kamu catat dari tabel berikut

Hasil bagi bilangan	$16 : 8 = 2$	$32 : 4 = 8$	$64 : 2 = 32$
Hasil bagi eksponen	$2^4 : 2^3 = 2^1$	$2^5 : 2^2 = 2^3$	$2^6 : 2^1 = 2^5$

Contoh ini menunjukkan bahwa kita dapat membagi dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, hanya dengan mengurangi eksponennya. Sekarang pikirkan tentang  $a^5 : a^2$ , ingat bahwa kamu dapat menuliskan pembagian sebagai bentuk pecahan.

Hasil diskusi tersebut kita rangkum sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{a^5}{a^2} &= \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a} \\ &= \frac{\cancel{a}^1 \times \cancel{a}^1 \times a \times a \times a}{\cancel{a}^1 \times \cancel{a}^1} \\ &= a \times a \times a \\ &= a^3 \end{aligned}$$

$a^5$  memiliki lima faktor,  $a^2$  memiliki dua faktor

Ingat bahwa  $\frac{a \times a}{a \times a} = 1$  memiliki dua faktor

Hasil bagi memiliki faktor  $(5 - 2)$  atau 3.

Penulisan eksponen

Hasil bagi  
Perpangkatan

Kalimat : Hasil dua bilangan berpangkatan dengan bilangan pokok sama adalah dengan mengurangi eksponennya.

Bilangan :  $5^7 : 5^4 = 3^{7-4} = 5^3$

Simbol :  $a^m : a^n = a^{m-n}$ .

## Contoh 2

Sederhanakan bilangan berpangkat berikut

$$1. \quad \frac{4^3}{4^2} = 4^{3-2} = 4^1 \text{ atau } 4$$

$$2. \quad \frac{x^6}{x^4} = \frac{x^6}{x^4} = x^{6-4} = x^2$$

## Cek Pemahaman

1. Lengkapilah

$$\frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{\dots \times \dots \times \dots} = 2^{\dots}$$

2. Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan:

a.  $\frac{3^5}{3^2}$

b.  $\frac{(-2)^6}{(-2)^3}$

c.  $\frac{c^2}{c^5}$

d.  $\frac{(-2)^{-6}}{(-2)^{-4}}$

e.  $\frac{x^{-4}}{x^{-3}}$

f.  $\frac{a^{-5}}{a^{-6}}$

Sekarang kita akan mendiskusikan perpangkatan dari bilangan berpangkat, tetap dengan menggunakan tabel perpangkatan 2 pada halaman 136. Perhatikan uraian berikut! Apa yang dapat kamu catat?

Pangkat bilangan	$(4)^3 = 64$	$(2)^4 = 16$	$(8)^2 = 64$
Pangkat eksponen	$(2^1)^2 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2 \times 3} = 2^6$	$(2^1)^4 = 2^1 \times 2^1 \times 2^1 \times 2^1 = 2^{1 \times 4} = 2^4$	$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3 \times 2} = 2^6$



Contoh ini menunjukkan bahwa kita dapat memangkatkan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, hanya dengan mengalikan eksponennya. Sekarang pikirkan tentang  $(a^5)^3$ . Perhatikan uraian berikut.

$$\begin{aligned}(a^5)^3 &= a^5 \times a^5 \times a^5 \\ &= a \times a \times a \times a \times a \times \\ &= a^5\end{aligned}$$

$(a^5)^3$  memiliki tiga faktor  $a^5$   
 $a^5$  memiliki dua faktor  $a$   
 Penyederhanaan

<b>Pangkat Eksponen</b>	<p>Kalimat : Pangkat dari suatu bilangan berpangkat adalah sama dengan bilangan berpangkat dengan eksponen dikalikan.</p> <p>Bilangan : <math>(5^7)^4 = 5^{7 \times 4}</math> atau <math>5^{28}</math></p> <p>Simbol : <math>(a^m)^n = a^{m \times n}</math></p>
-------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### Contoh 3



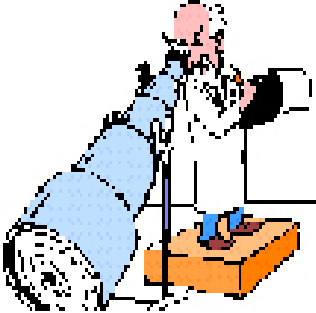
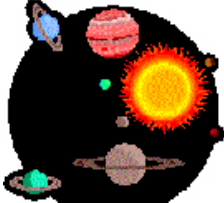
Sederhanakan bilangan berpangkat berikut  $(7^8)^4$ .

$$\begin{aligned}(7^8)^4 &= 7^{8 \times 4} \\ &= 7^{32}\end{aligned}$$

### Cek Pemahaman



- Lengkapilah
 
$$\begin{aligned}(3^2)^3 &= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \\ &= (3 \times 3) \times (\dots \times \dots) \times (\dots \dots) \\ &= 3^{\dots}\end{aligned}$$
- Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan:
 

a. $(2^3)^4$	b. $((-3)^2)^5$
c. $(c^2)^4$	d. $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^2$
e. $(c^{-5})^2$	f. $(a^{-3})^{-1}$
- Jika  $a$  sebarang bilangan dan  $m, n$  bilangan bulat, apakah bentuk sederhana dari  $(a^m)^n$

1. **Berpikir kritis.** Jelaskan mengapa  $a^4 \times a^7$  dapat disederhanakan tetapi  $a^4 \times b^7$  tidak dapat?
2. Budi mengatakan  $10^3 \times 10^2 = 100^2$ , tetapi Mirna mengatakan  $10^3 \times 10^2 = 10^5$ . Mana yang benar? Jelaskan alasanmu.
3. Panjang suatu persegi adalah  $5x$  dan lebarnya adalah  $3x$ . Tentukan luas persegi tersebut.
4. Mama Pizza menggunakan kotak persegi untuk membungkus pizzanya. Gambar di samping menunjukkan pizza dengan jari-jari  $r$  terletak pada kotak. Berapakah luas alas kotak pembungkus pizza tersebut? 
5. Panjang virus yang menyebabkan AIDS adalah 0,00011 milimeter. Tuliskan panjang virus dalam notasi eksponen. 
6. Petugas laboratorium melihat bakteri dengan menggunakan mikroskop. Suatu mikroskop diputar pada skala 1000 kali untuk melihat organisma menjadi 1000 kali lebih besar dari ukurannya. Kebanyakan bakteri memiliki diameter dengan ukuran antara  $3 \times 10^{-4}$  dan  $2 \times 10^{-3}$  milimeter. Berapa besar bakteri akan muncul pada mikroskop bila diputar pada skala 1000x. 
7. Diameter Venus adalah  $1,218 \times 10^4$  km, diameter Bumi  $1,276 \times 10^4$  km, dan diameter Mars adalah  $6,76 \times 10^3$  km. Urutkan planet-planet tersebut dalam urutan terbesar berdasarkan diameternya. 

## Menggunakan Kalkulator



Untuk menghitung nilai bilangan berpangkat dapat digunakan kalkulator. Kalkulator jenis scientific biasanya memuat tombol  untuk menentukan nilai  $x^y$  atau tombol  untuk menentukan akar pangkat dua.

### Contoh 1

Hitunglah  $3,45^6$

Jawab:

Tekan tombol



akan menghasilkan nilai

1686.221298140625

### Contoh 2

Hitunglah  $\sqrt{789}$

Jawab:

Tekan tombol



akan menghasilkan nilai

28.089143810376278537410115784912

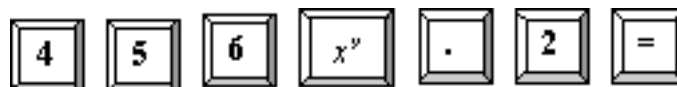
### Contoh 3

Hitunglah  $\sqrt[5]{456}$

Jawab:

$$\sqrt[5]{456} = 456^{\frac{1}{5}} = 456^{0,2}$$

Tekan tombol



akan menghasilkan nilai

3.4024595321284907652092505444728

## Menggunakan Komputer



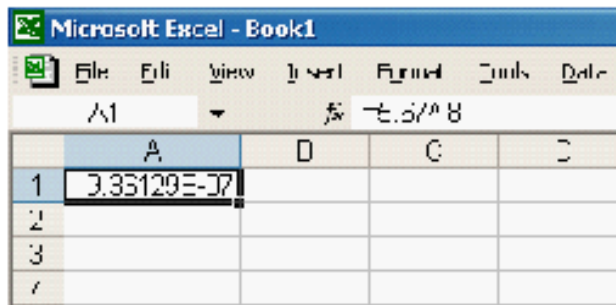
Beberapa software komputer dapat digunakan untuk menghitung nilai bilangan berpangkat, diantaranya Microsoft Excel.

### Contoh 4

Hitunglah  $5,67^{-8}$

Jawab:

Pada salah satu sel ketiklah: **=5.67^-8** atau **=POWER(5.67,-8)**



	A	B	C	D
1	3.36129E-07			
2				
3				
4				

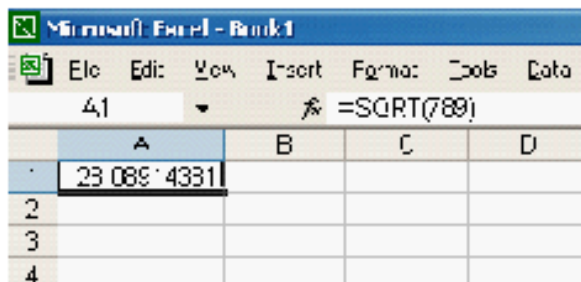
Hasil 9.36129E-07 berarti

$$9,36129 \times 10^{-7} = 0,000000736129$$

Hitunglah  $\sqrt{789}$

Jawab:

Pada salah satu sel ketiklah: **=SQRT(789)**

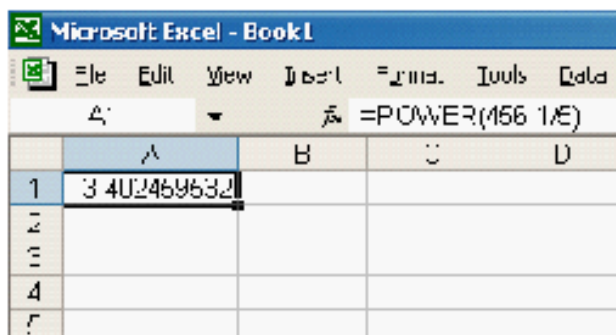


	A	B	C	D
1	28.08924331			
2				
3				
4				

Hitunglah  $\sqrt[5]{456}$

Jawab:  $\sqrt[5]{456} = 456^{\frac{1}{5}} = 456^{0,2}$

Pada salah satu sel ketiklah: **=POWER(456,1/5)**



	A	B	C	D
1	3.402469632			
2				
3				
4				
5				

**B****Pangkat Pecahan**

Perhatikan perkalian berikut

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2.$$

Pada bagian sebelumnya kita sudah belajar tentang bilangan berpangkat, apakah perkalian tersebut dapat dipikirkan sebagai perkalian bilangan berpangkat?

Misalkan kita nyatakan perkalian di atas sebagai

$$2^p \times 2^p = 2^1.$$

Sesuai aturan sifat perkalian bilangan berpangkat di atas, kita nyatakan sebagai

$$\begin{aligned} 2^p \times 2^p &= 2^{p+p} \\ &= 2^{2p} = 2^1 \end{aligned}$$

Ini berarti  $2p = 1$ , atau  $p = \frac{1}{2}$ .

Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa  $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$ .

Dapat kita rangkum diskusi kita sebagai berikut

**Pangkat**

**pecahan**  $\frac{1}{2}$

**Kalimat** : Akar kuadrat dari suatu bilangan adalah bilangan berpangkat dengan eksponen  $\frac{1}{2}$ .

**Bilangan** :  $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

**Simbol** :  $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

**Contoh 4**

Sederhanakan  $\sqrt{75}$  dalam bentuk bilangan berpangkat

$$\begin{aligned} \sqrt{75} &= \sqrt{5 \times 5 \times 3} \\ &= \sqrt{25 \times 3} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \\ &= 5 \times 3^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

*Faktorisasi prima dari 75*

$$5 \times 5 = 25$$

*Sifat perkalian akar*

*Penyederhanaan dari  $\sqrt{25}$*

*Bentuk eksponen  $\sqrt{3}$*

**Cek Pemahaman**

Sederhanakan bilangan berikut dalam bentuk bilangan berpangkat

a.  $\sqrt{68}$

b.  $\sqrt{375}$



## C Operasi pada Bentuk Aljabar

Kita sudah mendiskusikan perubahan bentuk akar menjadi bentuk eksponen, selain itu pada bagian sebelumnya kita juga sudah membahas operasi pada bilangan berpangkat. Kedua hal tersebut apabila dikombinasikan akan menghasilkan sifat berikut

Operasi  
Pangkat  
Pecahan

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

### Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk akar berikut dengan sifat di atas.

- a.  $(\sqrt{3})^2$       b.  $(\sqrt[3]{4^2})^3$       c.  $(2\sqrt[4]{3^3})^2$       d.  $(3\sqrt[3]{a^2})^6$   
 e.  $(2\sqrt[4]{x^2})^6$       f.  $(\sqrt[n]{a^m})^k$ ,

jika  $a > 0$ ,  $m$ ,  $n$  bilangan bulat positif

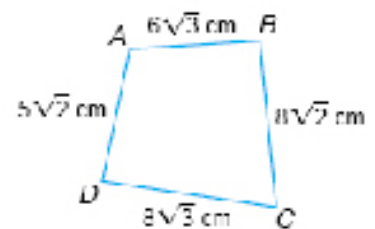
**Berpikir kritis.** Apakah pernyataan  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$  benar untuk  $a$  dan  $b$  negatif? Jelaskan alasanmu.

Untuk mencari keliling bangun segi empat disamping, kamu perlu untuk menjumlahkan bentuk akar.

Bentuk akar yang memiliki bilangan di bawah tanda akar yang sama dapat dioperasikan, baik penjumlahan maupun pengurangan.

Keliling segi empat tersebut adalah

$$\begin{aligned} 6\sqrt{3} + 8\sqrt{2} + 8\sqrt{3} + 5\sqrt{2} &= (6\sqrt{3} + 8\sqrt{3}) + (8\sqrt{2} + 5\sqrt{2}) \\ &= (6+8)\sqrt{3} + (8+5)\sqrt{2} \\ &= 14\sqrt{3} + 13\sqrt{2} \end{aligned}$$



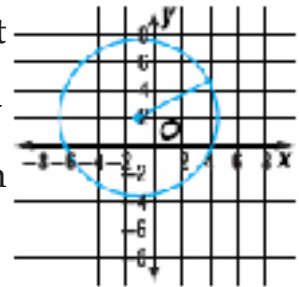
Sifat asosiatif  
Sifat distributif

### Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk akar berikut

- a.  $8\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$       b.  $4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$       c.  $5\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$   
 d.  $3\sqrt{13} - 2\sqrt{13} - 6\sqrt{13}$

1. Sederhanakan bilangan berikut dalam bentuk bilangan berpangkat  
 a.  $\sqrt{288}$       b.  $\sqrt[3]{125}$       c.  $\sqrt[4]{64}$       d.  $\sqrt{212}$
2. Nyatakan bilangan berikut dalam bentuk akar tunggal  
 a.  $2\sqrt{5}$       b.  $8\sqrt[3]{25}$       c.  $2 \times 3^{\frac{2}{3}}$       d.  $\sqrt{2}\sqrt[3]{5}$
3. Sederhanakan bentuk akar berikut  
 a.  $7\sqrt{6} + 4\sqrt{6}$       b.  $4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$   
 c.  $8\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$       d.  $2\sqrt{50} - 4\sqrt{32}$
4. **Komunikasi.** Sebutkan, apakah 9 dekat dengan  $\sqrt{79}$  atau  $\sqrt{89}$ ?
5. **Geometri.** Jari-jari lingkaran adalah  $\sqrt{32}$  satuan. Nyatakan jari-jari tersebut dalam bentuk sederhana.



### D Merasionalkan Penyebut Bentuk Akar

Kalian sudah memahami bahwa  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{7}$  adalah bilangan irrasional. Demikian juga  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{7}}$  merupakan bilangan irrasional. Penyebut dari pecahan-pecahan tersebut dapat diubah menjadi bilangan rasional, dan pengubahan ini disebut *merasionalkan bentuk akar*.

#### Contoh 6

Rasionalkan bentuk akar  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (\text{pembilang dan penyebut dikalikan } \sqrt{2}) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ atau } \frac{1}{2}\sqrt{2}
 \end{aligned}$$



## Cek Pemahaman

Rasionalkan bentuk akar

a.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$       b.  $\frac{3}{2\sqrt{3}}$       c.  $\frac{2}{5\sqrt{8}}$

Binomial yang berbentuk  $a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$  dan  $a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$  adalah saling **konjugate** satu sama lain, karena hasil kali keduanya adalah bilangan rasional.

$$\begin{aligned}(6+\sqrt{3})(6-\sqrt{3}) &= 6^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 36 - 3 \\ &= 33\end{aligned}$$

*Gunakan pola  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$*

## Contoh 7

Sederhanakan  $\frac{6}{3-\sqrt{2}}$ .

Untuk merasionalkan penyebut, kalikan pembagi dan penyebut dengan  $3+\sqrt{2}$ , yaitu konjugate dari  $3-\sqrt{2}$ .

$$\begin{aligned}\frac{6}{3-\sqrt{2}} &= \frac{6}{3-\sqrt{2}} \times \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} \\ &= \frac{6(3)+6\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{18+6\sqrt{2}}{9-2} \\ &= \frac{18+6\sqrt{2}}{7}\end{aligned}$$

*Ingat bahwa  $\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = 1$*

## Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk berikut

a.  $\frac{3}{3-\sqrt{5}}$       b.  $\frac{4}{5+\sqrt{6}}$       c.  $\frac{-3}{2-\sqrt{3}}$

1. **Komunikasi.** Herman mengatakan bahwa bentuk sederhana dari  $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$  adalah  $\frac{6-2\sqrt{5}}{4}$ . Tuti tidak setuju, dia berpendapat bentuknya adalah  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ . Siapakah yang benar? Jelaskan jawabanmu!

2. Tuliskan bentuk sederhana dari bentuk akar berikut

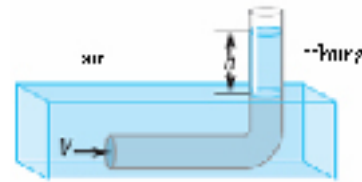
a.  $\frac{2}{4-\sqrt{3}}$

b.  $\frac{5}{3+\sqrt{2}}$

c.  $\frac{4}{6-\sqrt{7}}$

3. **Ilmu Pengetahuan Alam.**

Tabung berbentuk L seperti yang ditunjukkan gambar digunakan untuk mengukur kecepatan  $V$  dari air di sungai dalam mil perjam. Dengan menggunakan rumus  $V = \sqrt{2,5h}$  dengan  $h$  menyatakan ketinggian dalam inch lajur air di atas permukaan.



- Misalkan tabung diletakkan di sungai dan ketinggian lajur air adalah 4,8 inch. Berapakah kecepatan air?
- Berapa ketinggian  $h$  dari lajur air agar kecepataannya 5 mil perjam?

## Refleksi

1. Apakah  $(ab)^n$  sama dengan  $ab^n$ ? Bagaimana menurut kamu?
2. Mana yang lebih besar  $10^3$  dengan  $3^{10}$ ?
3. Mana yang benar  $\sqrt{16} = \pm 4$  atau  $\sqrt{16} = 4$ ? Berikan alasanmu.
4. Apakah  $0^0 = 1$ ? Bagaimana menurutmu?
5. Apakah  $2 \times 3^{-2}$  sama dengan  $(2 \times 3)^{-3}$ ?
6. Apakah benar  $(a^2)^2$  sama dengan  $a^2$ ? Kenapa terjadi seperti itu?
7. Apakah  $(2 \times 3)^5$  sama dengan  $6^5$ ?
8. Apakah  $4\sqrt[3]{5}$  sama dengan  $2^2 5^{-3}$ ?

## Rangkuman

1. Notasi  $a^n$  mempunyai arti  $\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n_{\text{faktor}}}$ .
2. Notasi  $a^{-n}$  mempunyai arti  $\frac{1}{a^n}$ .
3.  $a^0 = 1$  untuk sebarang bilangan kecuali 0.
4.  $\sqrt{a} = b$ ; dengan  $a = b \times b$ .
5. Jika  $a \geq 0$ , maka  $\sqrt[n]{a} = b$  jika dan hanya jika  $b^n = a$  dan  $b \geq 0$ .
6. Jika  $a < 0$  dan  $n$  ganjil, maka  $\sqrt[n]{a} = b$  jika dan hanya jika  $b^n = a$ .
7.  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ ; dengan  $a \geq 0, b \geq 0$ .  
Jika  $m$  dan  $n$  bilangan bulat, dan  $a, b$  sebarang bilangan maka berlaku sifat-sifat berikut.
8.  $a^m \times a^n = a^{m+n}$
9.  $(a^m)^n = a^{m \times n}$
10.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$
11.  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

12. a.  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ ,  $b \neq 0$
13.  $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$
14.  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ , untuk  $a \geq 0$ , untuk  $a < 0$   
maka  $n$  harus ganjil.
15. a)  $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ ;      b)  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

## Evaluasi Mandiri

Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

- Bentuk bilangan berpangkat yang sesuai dengan perkalian  $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$  adalah...
  - $3^5$
  - $2^{\frac{1}{4}}$
  - $(-3)^5$
  - $(3)^5$
- Nilai  $(p, n)$  yang memenuhi persamaan  $\sqrt{p}\sqrt{16^n} = \sqrt{32}$  adalah ...
  - $(2, 1)$
  - $(-2, 1)$
  - $(1, 2)$
  - $(1, -2)$
- Bentuk sederhana dari  $\left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^3}}\right)^{-6}$  adalah
  - $x^{-13}$
  - $x^{-5}$
  - $x^{13}$
  - $x^5$
- Bentuk penyebut rasional dari  $\left(\frac{1}{3\sqrt{2}+4}\right)$  adalah
  - $\frac{3}{2}(\sqrt{2}-2)$
  - $\frac{3}{2}\sqrt{2}-2$
  - $\frac{3}{2}(\sqrt{2}-4)$
  - $\frac{3}{2}\sqrt{2}-4$
- Bentuk sederhana dari  $(x+1)^{-2}(x+1)^3$  adalah
  - $(x+1)^{-1}$
  - $(x+1)^2$
  - $(x+1)$
  - $(x+1)^{-2}$

Jawablah soal berikut dengan benar.

6. Jika  $x > 0$  dan  $x \neq 1$  memenuhi  $\frac{x}{\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x}} = xp$ , tentukan nilai  $p$ .
7. **Teori Bilangan.** Faktorisasi prima dari suatu bilangan adalah  $2 \cdot 3^5$ . Tentukan bilangan tersebut.
8. Jika  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  sebarang bilangan dan tidak nol, sederhanakan  
a.  $(2a^3)^4$       b.  $(4a^5b^2)^2 \times (2a^3b^{-5})^5$       c.  $(-8(2c)^{-3})^4$       d.  $\frac{a^3b^4c^5}{a^5b^2c^4}$
9. **Penalaran.** Apakah  $a^n \times b^m = (ab)^{n+m}$ ?  
Jika ya beri alasan. Jika tidak beri contoh.
10. **Penalaran.** Mengapa  $\sqrt[n]{p}$  tidak terdefinisi jika  $n$  genap dan  $p < 0$ ?

